

Использование математического моделирования для описания
напряженно-деформированного состояния элементов валкового модуля.

Мартышенко В.А., Подъячев А.В.

(Костромской государственной технологической университет)

Рассматриваются математические модели напряженно- деформированного состояния элементов валковых модулей с различным количеством валов и расположением в модуле.

Ключевые слова: вал, валковый модуль, математическая модель, сэндвич – элемент.

Вал валкового модуля можно представить набором стержневых элементов, соединенных определенным образом, круглого или кольцевого поперечного сечения. Уравнения состояния изгиба для отдельных изолированных стержневых элементов впервые получены ранее [1] с учетом действия распределенных, сосредоточенных нагрузок и изгибающих моментов. Рассмотрим участок вала постоянной жесткости длиной ℓ , нагруженный узловыми сосредоточенными моментами, силами и распределенной поперечной нагрузкой (рис. 1). Так как кривую нагружения можно аппроксимировать набором прямых линий, то ограничимся случаем линейного закона изменения q_y . На рис. 1 показаны положительные нагрузки.

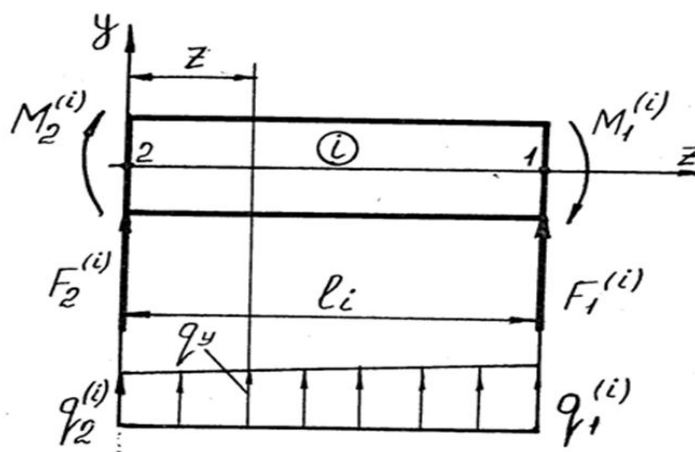


Рис. 1.

Используем следующие дифференциальные зависимости из теории прямого изгиба стержня:

$$Q_y = \frac{dM_x}{dz} \quad (1)$$

$$q_y = \frac{dQ_y}{dz} \quad (2)$$

$$v'' = \frac{M_x}{EI_x} \quad (3)$$

Подстановка (1) в (3) и двойное дифференцирование дает линейное дифференциальное уравнение 4-го порядка однородное или неоднородное в зависимости от отсутствия или наличия q_y :

$$\frac{d^2}{dz^2} \left(EI_x \frac{d^2 v}{dz^2} \right) = q_y \quad (4)$$

Выражение q_y в произвольном сечении участка имеет вид:

$$q_y = q_2 \left(1 - \frac{z}{l} \right) + q_1 \frac{z}{l} \quad (5)$$

Так как контактное взаимодействие валов происходит по всей длине, то весь валковый модуль (ВМ) можно представить набором участков, не контактирующих между собой (одинарные или простые элементы) и участков, взаимодействующих через упругое основание (сэндвич - элементы). Коэффициенты упругости эластичного покрытия на каждом парном участке могут иметь различные значения для различных величин нагрузок. Интерес представляет математическая модель напряженно-деформированного состояния сэндвич-элемента, что позволит определять удельные нагрузки и неравномерность их распределения в жале валов [2].

Нагружение сэндвич - элемента двухвалкового модуля в вертикальной плоскости представлено на рис. 2.

Под действием сил прижима валы деформируются. Рассмотрим модель парного элемента, состоящую из контактирующих участков обоих валов через упругое основание, имитирующее эластичное покрытие одного или двух валов с тканью между ними (Рис.3).

Сэндвич - элемент двухвалкового модуля

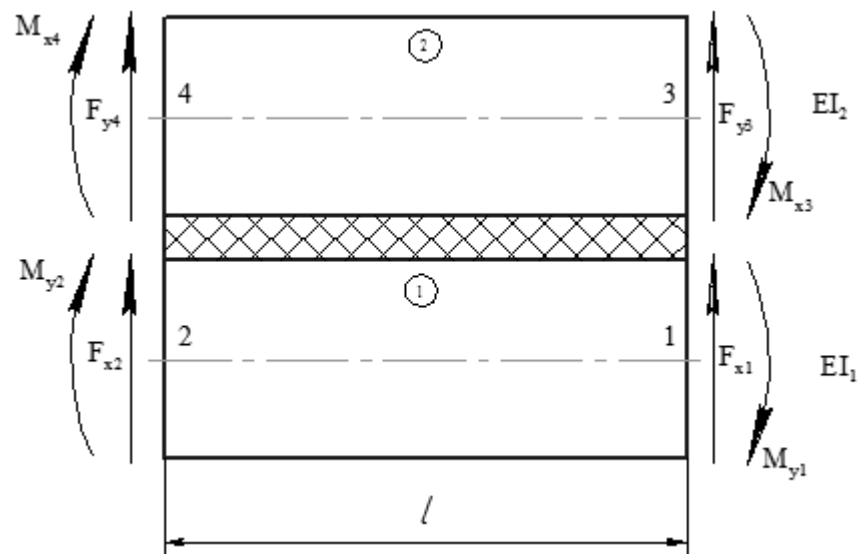


Рис. 2.

Моделирование взаимодействия парного элемента.

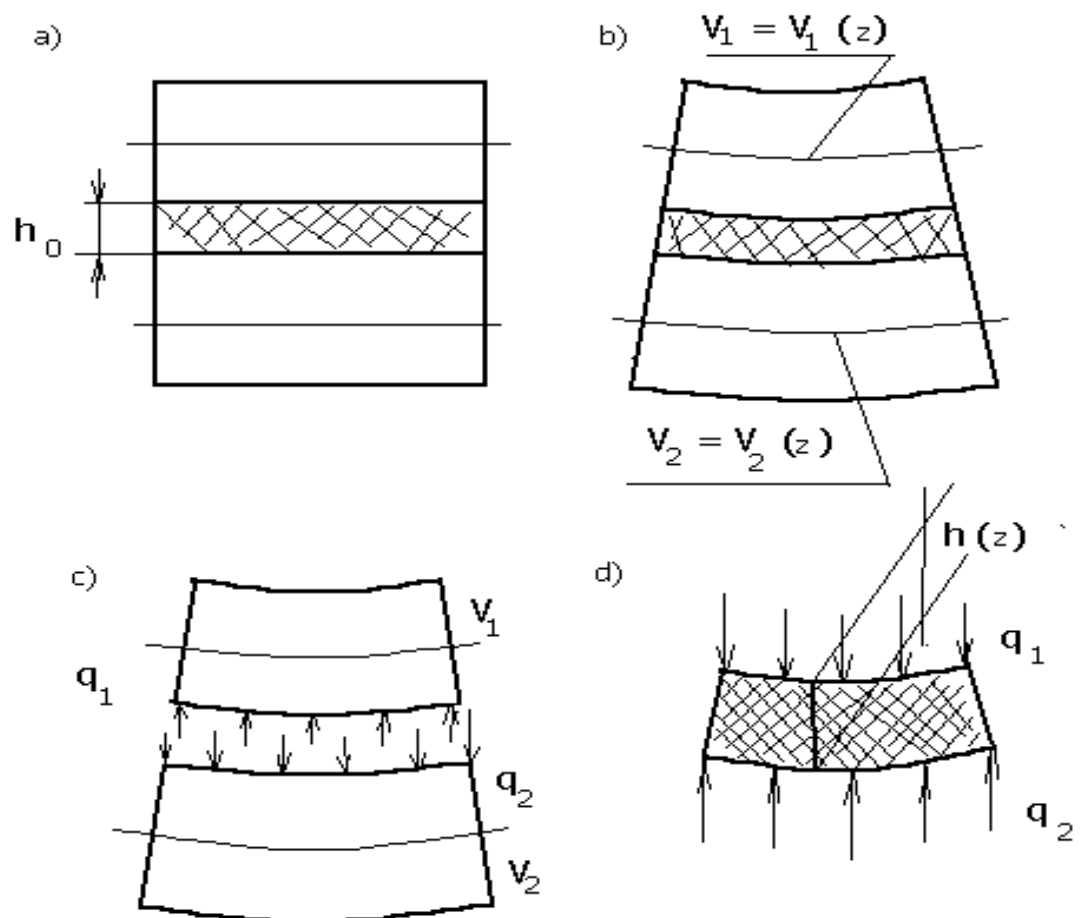


Рис.3.

- a) недеформированный элемент
- b) деформированный элемент
- c) схема нагружения элемента верхнего и нижнего вала
- d) схема нагружения и деформаций упругого основания

Для сэндвич - элементов двухвалкового модуля дифференциальные уравнения упругих линий имеют вид:

$$EI_1 v_1^{iv} = q_1 \quad (6)$$

$$EI_2 v_2^{iv} = q_2 \quad (7)$$

где

v_1, v_2 – линейные перемещения сечений парных элементов для нижнего и верхнего вала соответственно;

EI_1, EI_2 – изгибные жесткости парных элементов для нижнего и верхнего вала соответственно.

Для достаточно жестких валов, обеспечивающих верхний и нижний радиусы кривизны упругого слоя значительно больше толщины самого слоя можем принять:

$$q_1 = -q_2 = -\chi (h_0 - h(z)) = -\chi (v_1 - v_2) \quad (8)$$

где χ - коэффициент упругости основания, моделирующий эластичное покрытие валов, принимаемый постоянным для рассматриваемого элемента при решении уравнений.

$$\begin{cases} EI_1 v_1^{iv} + \chi(v_1 - v_2) = 0 \\ EI_2 v_2^{iv} + \chi(v_2 - v_1) = 0 \end{cases} \quad (9)$$

Так как собственный вес валов валкового модуля достигает нескольких сот килограммов, то при определенных технологических режимах это составляет заметную часть от усилия прижима. В связи с этим систему однородных дифференциальных уравнений для статического анализа ДВМ (9.) дополним неоднородными членами:

$$\begin{cases} EI_1 v_1^{iv} + \chi(v_1 - v_2) = q_1 \\ EI_2 v_2^{iv} + \chi(v_2 - v_1) = q_2 \end{cases} \quad (10)$$

где q_1, q_2 - собственный погонный вес валов.

Трехвалковый модуль (ТВМ) также представляется набором участков, не контактирующих по рабочей ширине (одинарные или простые элементы) и участков, взаимодействующих через упругое основание (тройные сэндвич - элементы) [3].

Моделирование взаимодействия тройного элемента трехвалкового модуля в вертикальной плоскости

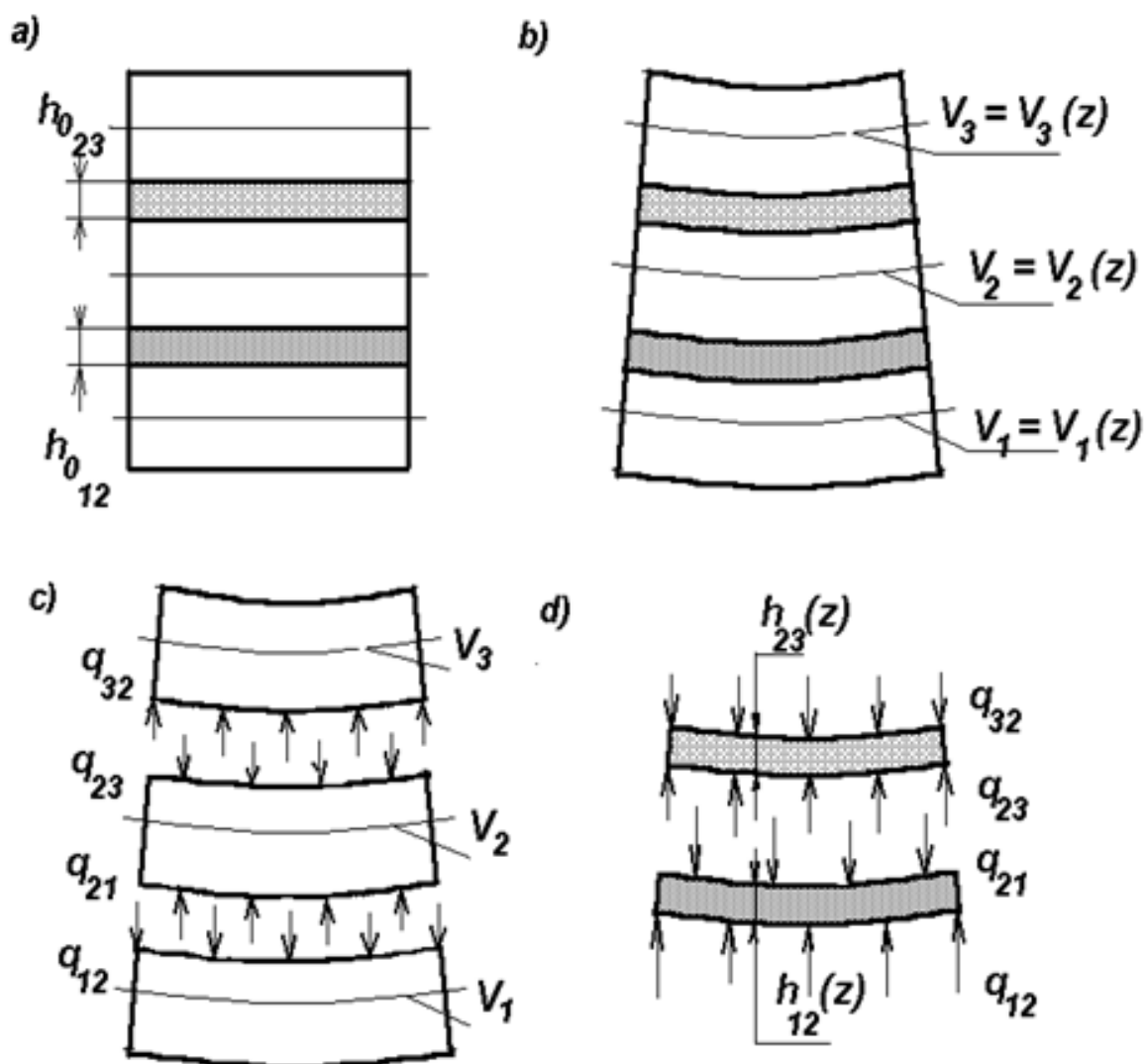


Рис. 4.

- a) недеформированный элемент;
- b) деформированный элемент;
- c) схема нагружения элементов валов;
- d) схема нагружения и деформаций упругих оснований

Коэффициенты упругости могут различаться не только по участкам, но и в жалах, в зависимости от вида эластичного покрытия валов. Получение уравнения состояния изгиба сэндвич - элемента трехвалкового модуля позволит определять удельные нагрузки и неравномерность их распределения в обоих жалах валов. Ниже (Рис. 5) представлена модель сэндвич - элемента трехвалкового модуля с осями, расположенными в одной плоскости.

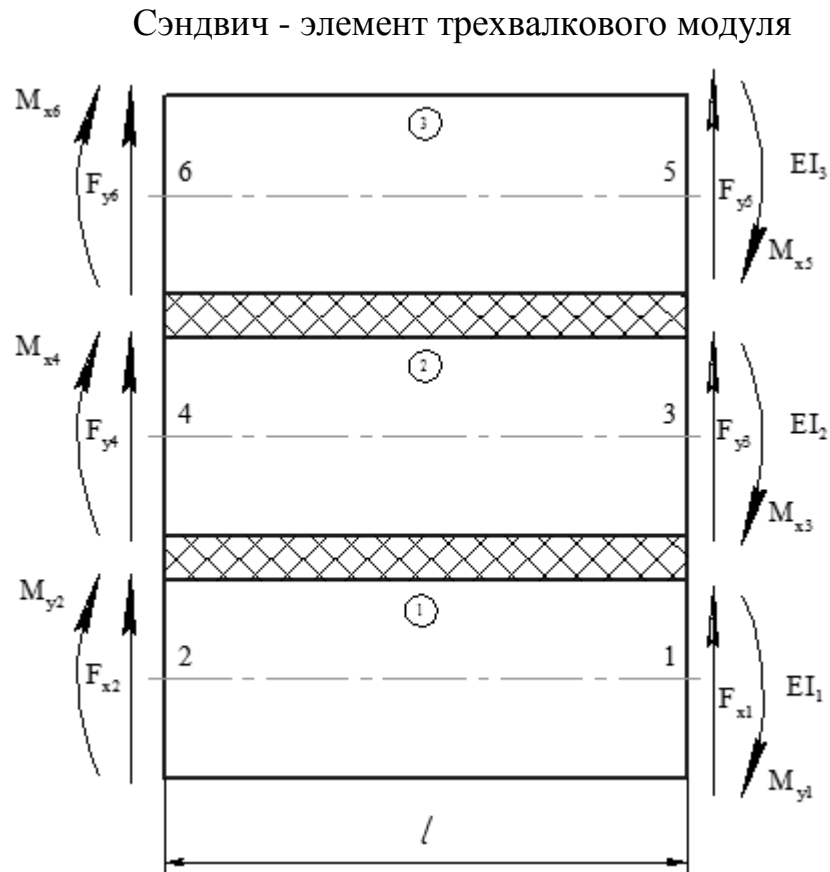


Рис. 5.

Деформации осей валов трехвалкового модуля описываются системой трех дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} EI_1 v_1^{iv} + \chi_1(v_1 - v_2) = 0 \\ EI_2 v_2^{iv} + \chi_1(v_2 - v_1) + \chi_2(v_2 - v_3) = 0 \\ EI_3 v_3^{iv} + \chi_2(v_3 - v_2) = 0 \end{cases} \quad (11)$$

Рассмотрим 3-х валковый сэндвич - элемент, оси которого расположены симметрично, но не в одной плоскости (Рис. 6).

Сэндвич - элемент трехвалкового модуля с некомпланарными осями

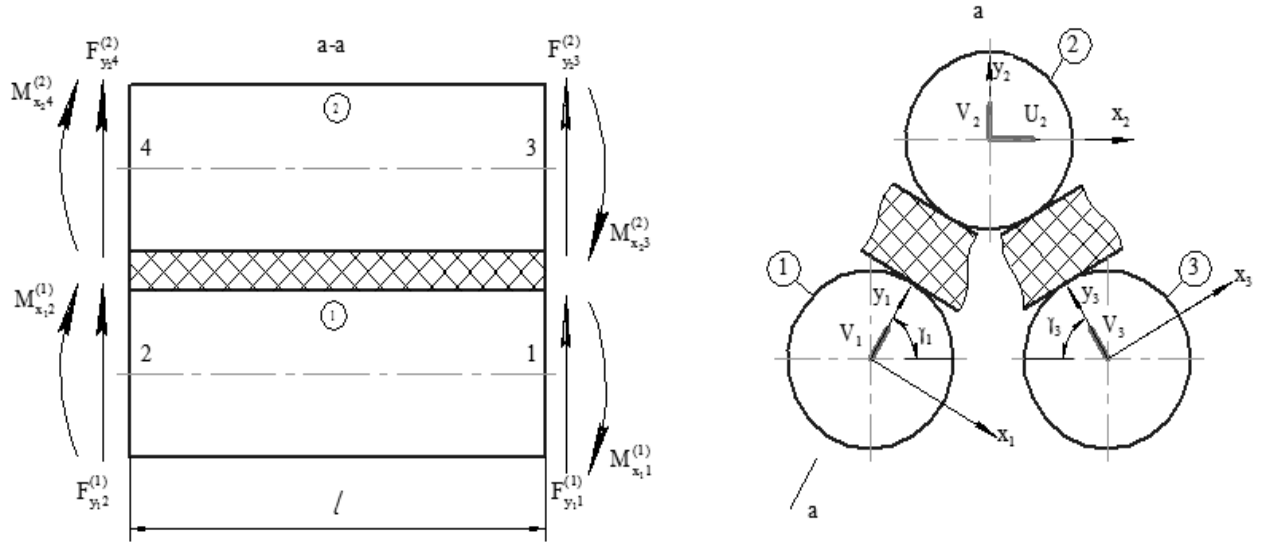


Рис. 6.

Направления линейных перемещений и узловых сил совпадают с направлениями осей Y_1 , Y_2 и Y_3 соответственно, а изгибающие моменты действуют соответственно в плоскостях этих осей и оси Z /

Совместная деформация изгиба валов описывается системой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} EI_1 d^4 v_1 / dz^4 + \chi_1 (v_1 - v_2 \sin \gamma_1 + u_2 \cos \gamma_1) = 0 \\ EI_2 d^4 v_2 / dz^4 + \chi_1 (v_2 \sin \gamma_1 - v_1 - u_2 \cos \gamma_1) \sin \gamma_1 + \\ \chi_3 (v_2 \sin \gamma_3 - v_1 + u_2 \cos \gamma_3) \sin \gamma_3 = 0 \\ EI_2 d^4 u_2 / dz^4 - \chi_1 (v_2 \sin \gamma_1 - v_1 - u_2 \cos \gamma_1) \cos \gamma_1 + \\ \chi_3 (v_2 \sin \gamma_3 - v_3 + u_2 \cos \gamma_3) \cos \gamma_3 = 0 \\ EI_3 d^4 v_3 / dz^4 + \chi_3 (v_3 - v_2 \sin \gamma_3 - u_2 \cos \gamma_3) = 0 \end{cases} \quad (12)$$

Далее рассмотрим сэндвич - элемент 4-х валкового модуля, оси которого расположены в одной плоскости (Рис. 7). Совместная деформация изгиба валов описывается системой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} EI_1 d^4 v_1 / dz^4 + \chi_{12} (v_1 - v_2) = 0 \\ EI_2 d^4 v_2 / dz^4 + \chi_{12} (v_2 - v_1) + \chi_{23} (v_2 - v_3) = 0 \\ EI_3 d^4 v_3 / dz^4 + \chi_{23} (v_3 - v_2) + \chi_{34} (v_3 - v_4) = 0 \\ EI_4 d^4 v_4 / dz^4 + \chi_{34} (v_4 - v_3) = 0 \end{cases} \quad (13)$$

Сэндвич-элемент четырехвалкового модуля в одной плоскости

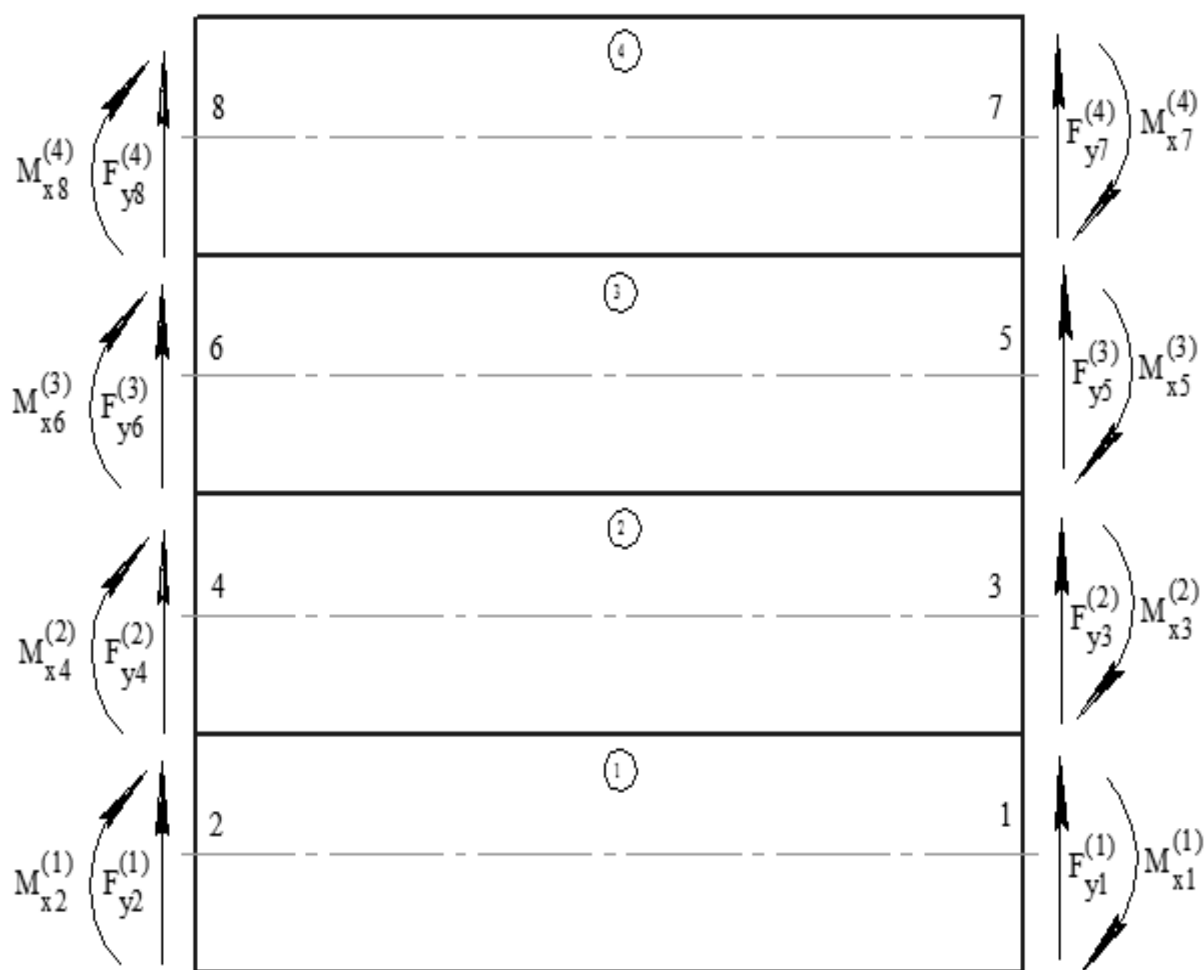


Рис. 7.

Для 4-х валкового сэндвич - элемента, оси которого расположены ромбом (Рис. 8), считаем, что жесткости симметрично расположенных валов одинаковы, а также одинаковы углы γ и коэффициенты упругости оснований. Вследствие этого совместная деформация изгиба валов описывается системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} EI_1 d^4 u_1 / dz^4 + 2\chi (u_1 \cos \gamma - v_2 \sin \gamma) \cos \gamma = 0 \\ EI_2 d^4 v_2 / dz^4 + 2\chi (v_2 \sin \gamma - u_1 \cos \gamma) \sin \gamma = 0 \end{cases} \quad (14)$$

Сэндвич - элемент четырехвалкового модуля с расположением осей ромбом

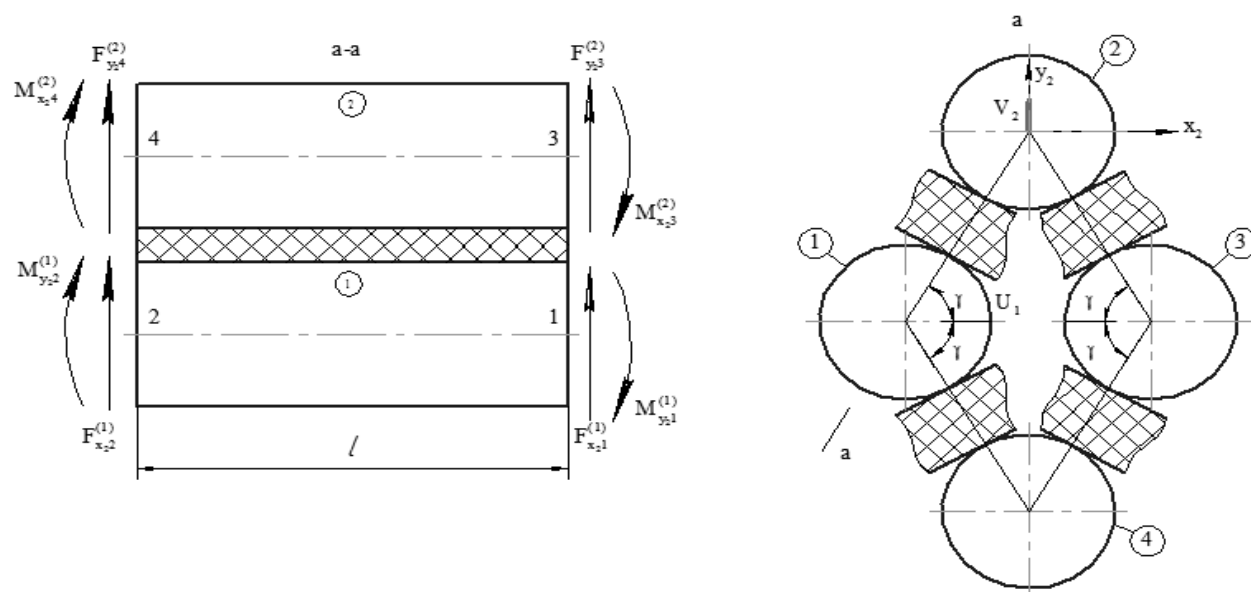


Рис. 8.

Сэндвич - элемент 5-ти валкового модуля, оси которого расположены в одной плоскости представлен на Рис. 9.

Сэндвич - элемент пятивалкового модуля в одной плоскости

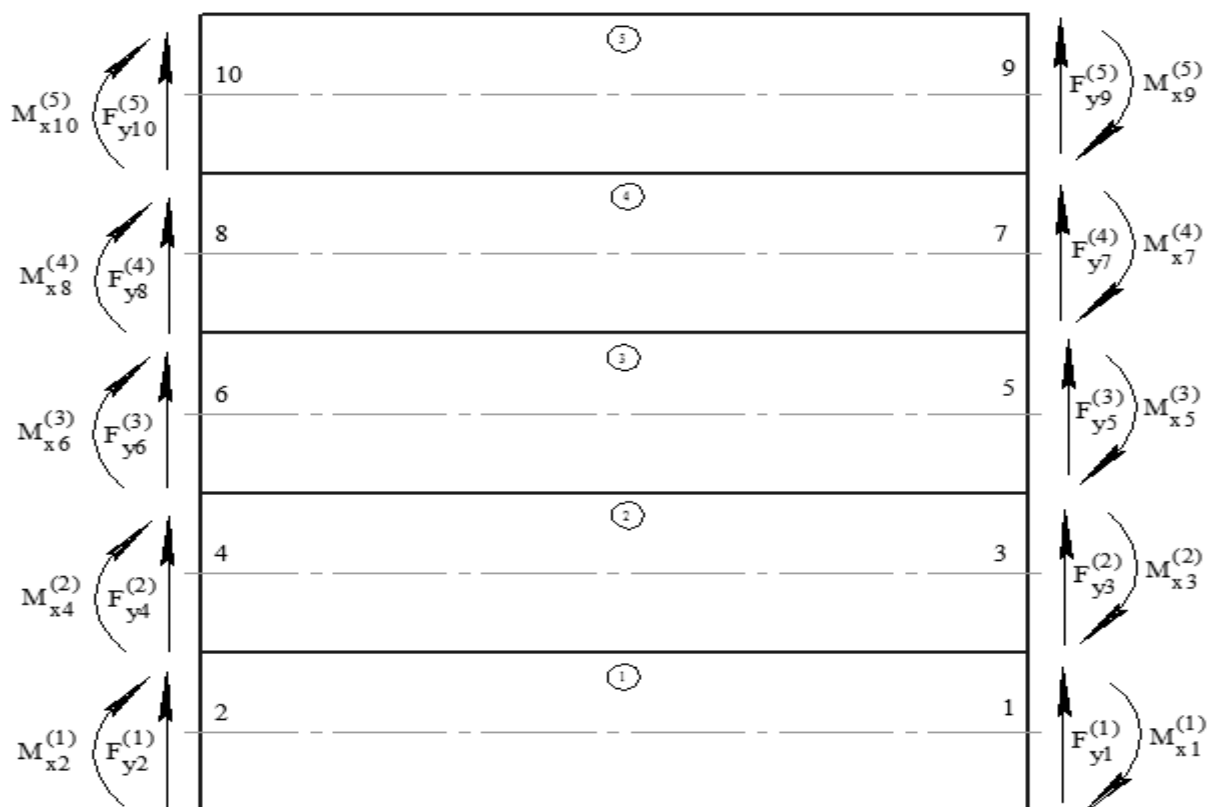


Рис. 9.

Совместная деформация изгиба валов описывается системой дифференциальных уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l} EI_1 d^4 v_1 / dz^4 + \chi_{12} (v_1 - v_2) = 0 \\ EI_2 d^4 v_2 / dz^4 + \chi_{12} (v_2 - v_1) + \chi_{23} (v_2 - v_3) = 0 \\ EI_3 d^4 v_3 / dz^4 + \chi_{23} (v_3 - v_2) + \chi_{34} (v_3 - v_4) = 0 \\ EI_4 d^4 v_4 / dz^4 + \chi_{34} (v_4 - v_3) + \chi_{45} (v_4 - v_5) = 0 \\ EI_5 d^4 v_5 / dz^4 + \chi_{45} (v_5 - v_4) = 0 \end{array} \right. \quad (15)$$

Выводы.

Применение представленных математических моделей позволяет использовать единый алгоритм силового расчета валковых модулей с валами произвольного конструктивного оформления на основе топологического описания конструкции.

Литература.

1. Мартышенко В.А. Уравнения состояния в статике стержневых систем // Изв. ВУЗов Строительство и архитектура. - 1979. -12. С.35 - 39.
2. Мартышенко В.А., Подъячев А.В. Алгоритм расчета удельных нагрузок в жале валов двухвалковых механизмов // Изв. ВУЗов Технология текстильной промышленности. - 1988. - 3. - с.99 - 103.
3. Мартышенко В.А., Подъячев А.В. Математическая модель статического анализа 3-х валкового модуля // Изв. ВУЗов Технология текстильной промышленности 1997г., №5.

Martyschenko V.A., Podyachev A.V.